

Relaxação de órbitas no mapa logistic-like dependente do tempo

Anderson H. Cúnico, Edson D. Leonel, Juliano A. de Oliveira, Campus de São João da Boa Vista, Engenharia de Telecomunicações, andersonhc46@hotmail.com e bolsista PROPe).

Palavras Chave: Diagrama de Bifurcações, Expoentes de Lyapunov, Mudança de Bacia de atração.

Introdução

Os mapas de sistemas dinâmicos têm aplicações em diversas áreas do conhecimento como física, economia etc. Em geral, esses mapeamentos são regidos por parâmetros de controle, que são responsáveis por controlar a dinâmica podendo, assim, apresentar regiões estáveis e caóticas para diferentes valores dos parâmetros. Para medir a sensibilidade do sistema às condições iniciais foi utilizado o método dos expoentes de Lyapunov. Além disso, como o mapa estudado apresenta uma mudança de bacia de atração, foi utilizado o método de Newton-Raphson para encontrar o valor crítico de R , de acordo os parâmetros escolhidos, afim de identificar onde ocorre a troca da bacia de atração.

Objetivo

Construir o diagrama de bifurcações para o mapa logistic-like perturbado. Calcular os expoentes de Lyapunov para caracterizar o caos. Encontrar o valor crítico do parâmetro no qual ocorre a mudança da bacia de atração¹.

Material e Métodos

Neste trabalho consideramos o seguinte mapa

$$x_{n+1} = R(1 + \varepsilon \cos n\pi)x_n(1 - x_n^\gamma),$$

onde R , γ e ε são parâmetro de controle. Após extensivas simulações numéricas, foi possível obter o diagrama de bifurcações e calcular os expoentes de Lyapunov, que estão expressos na figura 1 e 2. Além disso, obtemos que o valor crítico do parâmetro r quando ocorre a mudança da bacia de atração é $R_c \sim 2,1480800000136804$. Para valores $R < R_c$, temos apenas um ponto fixo que atrai praticamente todas as condições iniciais e tem período 2. Para $R > R_c$, temos 4 pontos fixos estáveis e de período 4.

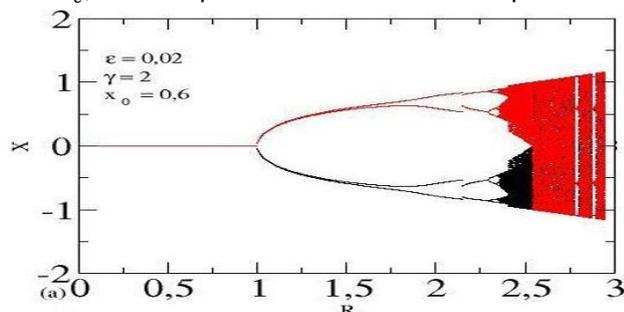


Figura 1. Diagrama de bifurcações(a) para as condições iniciais $x_0 = \pm 0,6$ e para os parâmetros $\varepsilon = 0,02$ e $\gamma = 2$.

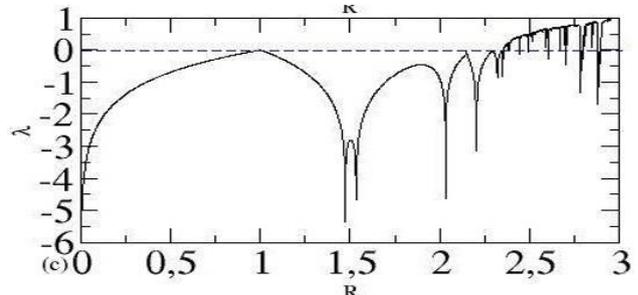


Figura 2. Expoentes de Lyapunov para o mapa de figura 1.

Resultados e Discussão

A figura 3 mostra a transição da mudança da bacia de atração.

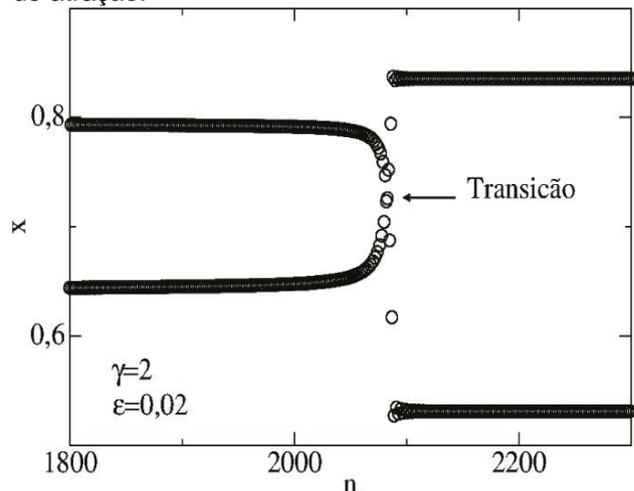


Figura 3. Mudança da bacia de atração.

Conclusões

Para o mapa logistic-like dependente do tempo foi construído seu diagrama de bifurcações e foram determinados seus expoentes de Lyapunov para ilustrar o caos. De acordo com a escolha dos parâmetros de controle ε e γ , o sistema dinâmico apresenta descontinuidades quando $R = R_c$, que são interpretadas como mudanças na bacia de atração do ponto fixo quando $R < R_c$ para quatro novos pontos fixos quando $R > R_c$.

Agradecimentos

AHC agradece ao PROPe/Unesp e JAO agradece (303242, 421254, 311105), CNPq e 14685-9 Fapesp.

¹ Leonel, E. D. et al; *I.J.B.* 295, 280, 2001.

² Teixeira, R.M.N. et al.; *Phys.Lett.A.* 379, 1246, 2015. .